Vamos a demostrar utilizando el Teorema de Inducción Completa que:
$\forall n \in N$ se cumple que $4^n - 1$ es múltiplo de 3.

Como sabrán para realizar una demostración usando el teorema de inducción debemos verificar que la propiedad se cumple para n = 1.

Si n = 1 => $4^1 - 1 = 4 - 1 = 3$ esto significa que existe un m en N / 3 = m.3, ese m es 1.

Verificado.-

Supongo cierto que se verifica para n = h => $4^h - 1$ es múltiplo de 3, esto significa que existe un m / $4^h - 1$= m.3

Debemos probar ahora que la condición se cumple para n = h + 1, en este caso esto significa encontrar un valor m' en N / $4^{h+1} - 1$ = m'.3

Si partimos de $4^h - 1$= m.3 podemos hacer lo siguiente:

$4.(4^h - 1) = 4.m.3$

$4.4^h - 4 = (4.m).3$

$4^{h+1} - 4 = (4.m).3$

$4^{h+1} - 4 + 3 = (4.m).3 + 3$

$4^{h+1} - 1 = (4.m + 1).3$

Esto implica que existe un m' en N y vale (4.m)+1 con lo que demostramos el ejercicio.

Proponga problemas para Baricursos.com.ar